

## TEMAS 7 – VECTORES

**EJERCICIO 1** : Las coordenadas de dos vectores son  $\vec{a}(2,-3)$  y  $\vec{b}\left(-\frac{1}{2},2\right)$ . Obtén las coordenadas de :

a)  $-3 \cdot \vec{a} + 2 \vec{b}$     b)  $-\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}$     c)  $\frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$

**EJERCICIO 2** : Expresa el vector  $\vec{x}(5,-2)$  como combinación lineal de  $\vec{y}(1,-2)$  y  $\vec{z}\left(\frac{1}{2},2\right)$

**EJERCICIO 3** : Dados los vectores  $\vec{u}(-1,4)$ ,  $\vec{v}(3,m)$  y  $\vec{w}(2,-3)$

a) Calcula m para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.

b) Halla el ángulo que forman  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$

**EJERCICIO 4** : Considera los vectores  $\vec{x}(a,3)$  e  $\vec{y}(-1,b)$ . Halla los valores de a y b para que  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$  sean perpendiculares y  $|\vec{x}|=5$

**EJERCICIO 5** : Dados  $\vec{x}(5,-4)$ ,  $\vec{y}(3,2)$  y  $\vec{z}(1,k)$

a) Halla el valor de k para que  $\vec{x}$  e  $\vec{z}$  formen un ángulo de  $90^\circ$ .

b) Halla un vector unitario con la misma dirección y el mismo sentido que  $\vec{x}$

c) Halla un vector unitario con la misma dirección y sentido contrario que  $\vec{x}$

d) Halla un vector de módulo 3 y perpendicular a  $\vec{x}$

**EJERCICIO 6** :

a) Halla el ángulo que forman los vectores  $\vec{a}\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$  y  $\vec{b}(1,1)$

b) ¿Cuál sería el valor de x para que el vector  $\vec{u}(1,x)$  fuera perpendicular al vector  $\vec{a}$  ?

**EJERCICIO 7** : Dados los puntos  $A(2,-1)$ ,  $B(-3,4)$  y  $C(0,-8)$ :

a) Halla el punto medio del segmento de extremos A y B.

b) Halla el simétrico de B con respecto a C.

**EJERCICIO 8** : Averigua las coordenadas del punto P, que divide al segmento de extremos  $A(2,-4)$  y  $B(1,3)$  en dos partes tales que

$\vec{AP}$  es el triple de  $\vec{PB}$

**EJERCICIO 9** : Halla las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices  $A(2,-3)$ ,  $B(4,1)$  y  $C(-1,2)$ .

**EJERCICIO 10** : El punto medio del segmento AB es  $M(2,-1)$ . Halla las coordenadas de A, sabiendo que  $B(-3,2)$ .

**EJERCICIO 11** : Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que  $A(-1,-2)$ ,  $B(3,1)$  y  $C(1,3)$ .

**EJERCICIO 12** : Dados los puntos  $A(2,-3)$ ,  $B(-1,4)$  y  $C(x,3)$ , determina el valor de x para que A, B y C estén alineados.

**EJERCICIO 13** :

a) Calcular las componentes del vector cuyo origen es el punto  $A(2,-1)$  y cuyo extremo es  $B(4,7)$

b) Calcular el punto medio del segmento determinado por los puntos  $A(2,-1)$  y  $B(4,7)$

c) Calcular la longitud del segmento  $\vec{AB}$

**EJERCICIO 14** : Calcular las componentes del vector que tiene su origen en el punto  $R(1, -\sqrt{2})$  y su extremo en el punto  $S(-2, \sqrt{2})$ . Calcular el punto medio del segmento  $\overrightarrow{RS}$ . Calcular la longitud del segmento  $RS$ . Calcular el ángulo que forman los vectores  $\overrightarrow{AB}$  (Del ejercicio anterior) con  $\overrightarrow{RS}$ .

**EJERCICIO 15** : Calcular el simétrico de  $A(1,2)$  respecto de  $B(3,-1)$

**EJERCICIO 16** : Dados los puntos  $A(2,4)$  y  $B(17,-32)$  encontrar los puntos  $M$  y  $N$  que dividen el segmento  $AB$  en 3 partes iguales.

**EJERCICIO 17** : Dados los puntos  $A(-1,3)$ ,  $B(2,7)$ ,  $C(0,-2)$

- Calcular  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$
- Calcular su módulo
- Calcular un vector paralelo a  $\overrightarrow{CA}$  de módulo 10
- Calcular un vector perpendicular a  $\overrightarrow{CA}$  de módulo 10
- Calcular un vector ortonormal a  $\overrightarrow{CA}$

**EJERCICIO 18** : Calcular  $m$  para que los vectores  $(1,-3)$  y  $(m,-4)$

- Sean ortogonales
- Tengan  $-7$  como producto escalar

**EJERCICIO 19** : Dados los vectores  $\overrightarrow{v}(-1,7)$ ,  $\overrightarrow{w}(x,2)$ , calcular  $x$  para que:

- Sean ortogonales
- Sean paralelos
- Formen un ángulo de  $60^\circ$

**EJERCICIO 20** : Escribir las coordenadas del vector  $\overrightarrow{a}=(6,-15)$  con respecto a la base  $\{(1,-2),(1,-3)\}$

**EJERCICIO 21** : Hallar  $x$  para que el vector  $\overrightarrow{v}(-2,x)$

- Sea ortogonal con el vector  $(3,4)$
- Forme un ángulo de  $180^\circ$  con el vector  $(3,4)$

**EJERCICIO 22** : Calcular un vector ortonormal al  $(1,-2)$  (es decir, ortogonal y unitario).

**EJERCICIO 23** : Dado el vector  $\overrightarrow{u}=(4,-3)$  calcular:

- Un vector ortonormal a él.
- Un vector paralelo a  $u$  del mismo sentido y módulo 2.
- Un vector paralelo a  $u$  de sentido contrario y módulo 2.

**EJERCICIO 24** : Calcular el punto  $C$  que divide el segmento  $AB$  en dos partes tal que una es el triple que la otra, siendo  $A=(-1,7)$  y  $B=(3,4)$ .

**EJERCICIO 25** : Dados los vectores  $\overrightarrow{u}=(2,1)$  y  $\overrightarrow{v}=(m,1)$ . Calcular  $m$  para que:

- $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  sean paralelos
- $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  sean perpendiculares
- $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  formen un ángulo de  $45^\circ$
- $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  tengan el mismo módulo

**EJERCICIO 26** : Dado el vector  $\overrightarrow{u}=(4,-3)$  calcular:

- Un vector ortonormal a él.
- Un vector paralelo a  $u$  del mismo sentido y módulo 2.
- Un vector paralelo a  $u$  de sentido contrario y módulo 2.

**EJERCICIO 27** : Dado el vector  $\vec{u} = (2,5)$ . Calcular

- Un vector ortonormal a  $\vec{u}$ .
- La proyección del vector  $\vec{v} = (1,-2)$  sobre  $u$  y el vector proyección.
- Las coordenadas de  $u$  en la base  $\{(4,3),(5,2)\}$

**EJERCICIO 28** : Dado los vectores  $(2,4)$  y  $(3,-1)$

- Calcular el ángulo que forman
- Representarlos en un sistema de referencia.
- Calcular gráficamente su suma y su diferencia.

**EJERCICIO 29** : Dados dos vectores  $u$  y  $v$  tales que  $|u| = 2$ ,  $|v| = 3$  y forman un ángulo de  $60^\circ$ , Calcular:

- $|\vec{u} + \vec{v}|$
- El ángulo que forma  $u$  con  $2v$
- El ángulo que forma  $u$  con  $-2v$

**EJERCICIO 30** : Calcular la proyección del vector  $\vec{u} = (2,3)$  sobre el vector  $\vec{v} = (-4, 1)$ . Calcular también el vector proyección.

**EJERCICIO 31** : Explica si los siguientes vectores forman una base del plano

- $(1,2)$   $(3,4)$
  - $(2,3)$   $(4,5)$   $(1,0)$
  - $(1,2)$   $(2,4)$
  - $(0,0)$   $(2,5)$
- En caso afirmativo expresar el vector  $(-1,2)$  como combinación lineal de dicha base.

**EJERCICIO 32** : Escribe los vectores  $\vec{v} (6,0)$ ,  $\vec{w} (-12,-2)$ ,  $\vec{u} (18,2)$  como combinación lineal de la base  $\{(-2,3),(8,-5)\}$

**EJERCICIO 33** :

- Dada la base  $B = \{(2,1),(3,-1)\}$  calcular las coordenadas del vector  $\vec{v} = (1,3)$  en dicha base.
- Calcular un vector paralelo a  $\vec{u} = (3,-2)$  unitario y de sentido contrario.

**EJERCICIO 34** : Dados los vector  $\vec{u} (2,4)$  y  $\vec{v} (3,1)$ , halla el módulo del vector  $\vec{u} - \vec{v}$ .

**EJERCICIO 35** : Sean  $u$  y  $v$  dos veces tales que  $|u| = 9$  y  $(u + v) \cdot (u - v) = 17$ . Calcular el módulo de  $v$ .

**EJERCICIO 36** : Dos vectores  $a$  y  $b$  son tales que  $|a| = 10$  y  $|b| = 10\sqrt{3}$  y  $|a + b| = 20$ . Halla el ángulo que forman los vectores  $a$  y  $b$ .

**EJERCICIO 37** : Sabiendo que  $|a| = 2$  y  $|b| = 6$  y que ángulo que forman  $a$  y  $b$  es de  $60^\circ$ , calcular:  $|a + b|$ ;  $|a - b|$