REPASO DE LO ANTERIOR

EXPLICACIÓN DE CLASE

SISTEMAS DE ECUACIONES

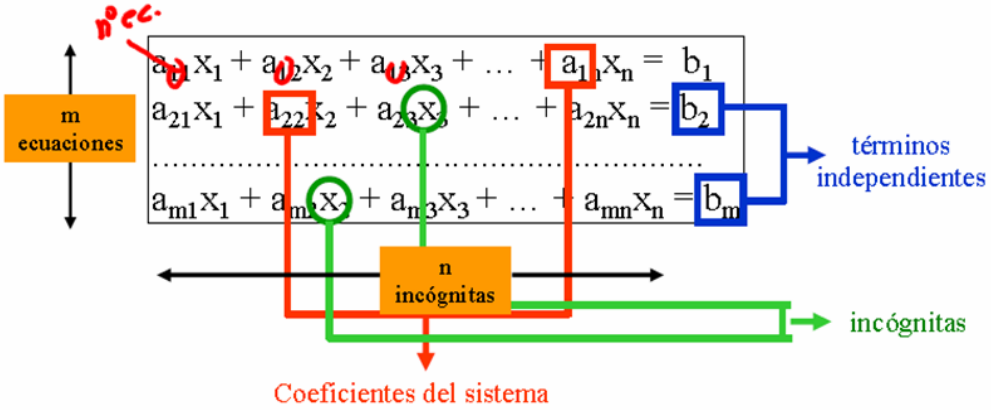
m ec. y n incognitas

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$$

1.2– SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1.2.1 – DEFINICIÓN: Un **sistema de m ecuaciones con n incógnitas** es un conjunto de ecuaciones como:



1.2.2 – SISTEMAS EQUIVALENTES

- **Sistemas equivalentes:** Dos sistemas de ecuaciones lineales son equivalentes si tienen las mismas soluciones. (Es necesario que tengan el mismo número de incógnitas).
- Para resolver un sistema es útil convertirlo en otro equivalentes que sea fácilmente resoluble (Sistemas escalonados)

Transformaciones que convierten un sistema en otro equivalente:

I. Intercambiar entre si dos ecuaciones (ordenarlas)

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 4y = 5 \end{cases} \simeq \begin{cases} x + 4y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

II. Multiplicar ambos miembros de una ecuación por un número, distinto de cero.

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \simeq \begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$ (Mult. por 2)

III. Añadir (suprimir) una ecuación que sea combinación lineal de las demás .

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \simeq \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 4 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$ → Suma de 1º y 2º

IV. Sustituir una ecuación por el resultado de sumarle una combinación lineal de las demás.

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \simeq \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$ (Suma)

1.2.3 – SOLUCIÓN DE UN SISTEMA

$$\begin{cases} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + \ldots + a_{1n}.x_n = b_1 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + \ldots + a_{2n}.x_n = b_2 \\ \ldots\ldots \\ a_{m1}.x_1 + a_{m2}.x_2 + \ldots + a_{mn}.x_n = b_m \end{cases}$$

$$-\begin{cases} x+2y=3 \\ x+y=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+2y=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$y=-1$$

Ejemplos Pag 31

1) a) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ $\begin{cases} \boxed{x+y=5} & 1^\circ \\ 3x=12 & 1^\circ+2^\circ \end{cases}$

SI

b) $\begin{cases} x+y-z=5 \\ x+y=7 \end{cases}$ $\begin{cases} z=2 & 2^\circ-1^\circ \\ x+y=7 & 2^\circ \end{cases}$

SI

c) $\begin{cases} x+y-z=5 \\ x+y=7 \\ \boxed{2x+2y-z=12} & 1^\circ+2^\circ \end{cases}$ $\begin{cases} z=2 & 2^\circ-1^\circ \\ x+y=7 & 2^\circ \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y-z=11 \\ x+2y-z=7 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y-z=11 & 1^\circ \\ y=-4 & 2^\circ-1^\circ \end{cases}$

1.2.3 – SOLUCIÓN DE UN SISTEMA

$$\begin{cases} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + \ldots + a_{1n}.x_n = b_1 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + \ldots + a_{2n}.x_n = b_2 \\ \ldots\ldots \\ a_{m1}.x_1 + a_{m2}.x_2 + \ldots + a_{mn}.x_n = b_m \end{cases}$$

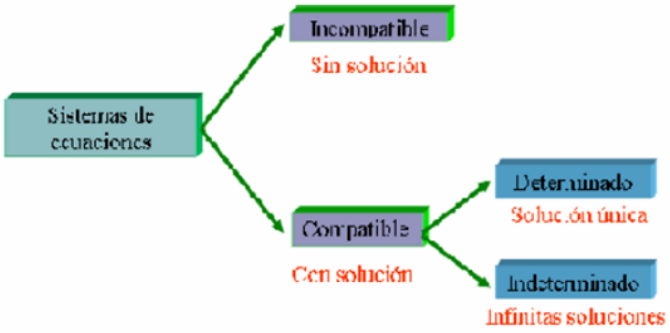
Una solución de un sistema es un conjunto ordenado de números reales (s_1, s_2, s_3, … , s_n) tales que:

$$\begin{cases} a_{11}.s_1 + a_{12}.s_2 + \ldots + a_{1n}.s_n = b_1 \\ a_{21}.s_1 + a_{22}.s_2 + \ldots + a_{2n}.s_n = b_2 \\ \ldots\ldots \\ a_{m1}.s_1 + a_{m2}.s_2 + \ldots + a_{mn}.s_n = b_m \end{cases}$$

Resolver un sistema es encontrar todas sus soluciones o decidir que no tiene ninguna.

Resolver un sistema es encontrar todas sus soluciones o decidir que no tiene ninguna.

1.2.4 – SOLUCIONES (CLASIFICAR O DISCUTIR)



- Discutir un sistema es decidir a cuál de estas tres categorías pertenece.
- Un sistema de ecuaciones lineales no puede tener exactamente dos soluciones, tres soluciones, cuatro soluciones,… (Tiene una solución, infinitas o ninguna)

1.2.5 – INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

- **Sistema de ecuaciones con 2 incógnitas** : Posición relativa de rectas en el plano.
  - **Sistema Compatible determinado:** Se cortan en un punto
  - **Sistema Compatible indeterminado:** Rectas coincidentes
  - **Sistema Incompatible:** Rectas paralelas

- **Sistema de ecuaciones con 3 incógnitas:** Posición relativa de planos en el espacio.
  - **Sistema Compatible determinado:** Se cortan en un punto.
  - **Sistema Compatible indeterminado:**
    - **1 grado de libertad:** Se cortan en una recta
    - **2 grados de libertad:** Se cortan en un plano (planos coincidentes)
  - **Sistema Incompatible:** No se cortan

1.3 – SISTEMAS HOMOGÉNEOS

- Se dice que un sistema de ecuaciones lineales es **homogéneo** si todos los términos independientes son 0. (En caso contrario, algún término independiente no nulo, no es homogéneo)

$$\begin{cases} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + \dots + a_{1n}.x_n = 0 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + \dots + a_{2n}.x_n = 0 \\ \dots\dots \\ a_{m1}.x_1 + a_{m2}.x_2 + \dots + a_{mn}.x_n = 0 \end{cases}$$

- Estos sistemas **son siempre compatibles** ya que $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, llamada *solución trivial*, es siempre solución del sistema.
- Será determinado si ésta es la única solución del sistema.

$$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ x+y=0 \end{cases} \quad (x,y)=(0,0)$$

1.4 – SISTEMAS ESCALONADOS

Un sistema escalonado es aquel en el que los coeficientes de las incógnitas situados por debajo de la diagonal principal (elementos que repiten subíndice) son nulos:

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 0x-3y+8z=-14 \\ 0x+0y+2z=-5 \end{cases} \approx \begin{cases} x+y-2z=9 \\ -3y+8z=-14 \\ 2z=-5 \end{cases}$$

Los sistemas escalonados son fácilmente resolubles (De abajo a arriba)

- **Sistema escalonado compatible determinado**

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ -3y+8z=-14 \\ 2z=-5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=9-y+2z=9+2-5=6 \\ y=\frac{-14-8z}{-3}=\frac{-14+20}{-3}=-2 \\ z=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

SCD ⇒ ∃! SCD

(x,y,z) = (6,-2,-5/2)

3 planos que se cortan en un pto

- **Sistema escalonado compatible indeterminado**

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ -3y+8z=-14 \end{cases} \quad \begin{cases} x=9-y+2z=9-\frac{8\alpha+14}{3}+2\alpha=\frac{13-2\alpha}{3} \\ y=\frac{8z+14}{3}=\frac{8\alpha+14}{3} \\ z=\alpha \end{cases}$$

$(x,y,z)=\left(\frac{13-2\alpha}{3},\frac{8\alpha+14}{3},\alpha\right) \quad \forall \alpha \in R$

SCI ⇒ ∃ ∞ SOL

2 planos que se cortan en una recta

- **Sistemas incompatibles**

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 0x-3y+8z=-14 \\ 0x+0y+0z=-5 \end{cases} \approx \begin{cases} x+y-2z=9 \\ -3y+8z=-14 \\ 0=-5 \end{cases}$$

SI ⇒ ∄ SOL

3 planos que no se cortan

Este sistema es incompatible porque no hay ninguna solución (x,y,z) que pueda cumplir la tercera ecuación (la última ecuación no tiene sentido).

Pag 34

① a) $\begin{cases} 3x = 7 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ $x = 7/3$

$\frac{7}{3} - 2y = 5$

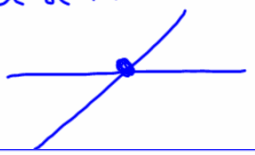
$7 - 6y = 15$

$6y = -8 \quad y = -4/3$

CLASIF: SCD $\Rightarrow \exists!$ Sol

SOLUCION: $(x,y) = (7/3, -4/3)$

I. G: 2 rectas que se cortan en un pto



② c)

$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=2 \end{cases}$ $x = \alpha$

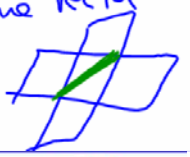
$y = \alpha - 2$

$z = 3 - \alpha - \alpha + 2 = 5 - 2\alpha$

CLASIF SCI $\Rightarrow \exists$ inf sol

SOL $(x,y,z) = (\alpha, \alpha-2, 5-2\alpha) \ \forall \alpha \in \mathbb{R}$

I.G 2 planos que se cortan en una recta se cortan en una recta



Deberes: Pag 44 ⑥ y ⑦

6. a) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 23y = -69 \end{cases}$ $y = \frac{-69}{23} = -3$

$2x + 3 = 7$

$x = 2$

clasif: SCD $\rightarrow \exists!$ sol

Sol: $(x,y) = (2,-3)$

I.G: 2 rectas que se cortan en 1 pto.