TEMA 1 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1.1 – ECUACIÓN LINEAL

1.1.1 – DEFINICIÓN: Una ecuación lineal es una ecuación polinómica de grado uno con una o varias incógnitas:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b$$

$2x+1=3$

$\sqrt{2}x+y=4$

coeficientes — incógnitas — Término independiente

1.1.2 – ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos ecuaciones son equivalentes cuando **tienen la misma solución o soluciones**.

"Si a los miembros de una ecuación los multiplicamos o dividimos por un mismo número, distinto de cero, la ecuación resultante es equivalente a la primera".

$$2x+4y=6 \approx \begin{cases} 4x+8y=12 \\ x+2y=3 \\ \dots\dots \end{cases}$$

(Multiplicar por 2)
(Dividir entre 2)

1.1.3 – RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Resolver una ecuación es **hallar el valor o valores de las incógnitas que la cumplen.**

Llamamos **grados de libertad** o de incertidumbre al número de incógnitas menos número de ecuaciones y es el número de parámetros que debemos utilizar para resolver la ecuación.

Solución general

$2x=5 \Rightarrow g.l=0 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow \exists!$ solución

$x=3\ y=1$
$x=0\ y=-5$
$\vdots$

$2x-y=5 \Rightarrow g.l=1 \Rightarrow \begin{cases} x=\alpha \\ y=2\alpha-5 \end{cases} \quad \forall \alpha \in R \Rightarrow$ Existen infinitas soluciones

$(x,y)=(\alpha, 2\alpha-5)\ \forall \alpha \in \mathbb{R}$

$\alpha=0\ (x,y)=(0,-5)$
$\alpha=1\ (x,y)=(1,-3)$
$\vdots$

$2x+5y+z=5 \Rightarrow g.l=2 \Rightarrow \begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \\ z=5-2\alpha-5\beta \end{cases} \quad \forall \alpha,\beta \in R \Rightarrow \exists$ inf inita soluciones

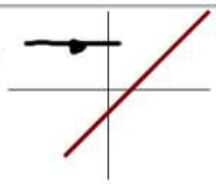
$\alpha=0\ \beta=0\ (0,0,5)$
$\alpha=1\ \beta=0\ (1,0,3)$
$\vdots$

Soluciones particulares: Dándoles valores a los parámetros obtenemos las soluciones particulares.

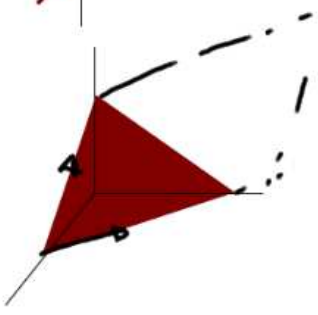
1.1.4 – INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

$ax=b$ Un pto en la recta

- Dos incógnitas: $ax + by = c \Rightarrow$ Una recta en el plano $\Rightarrow$



- Tres incógnitas: $ax + by + cz = d \Rightarrow$ Un plano en el espacio $\Rightarrow$



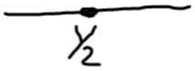
- Más de tres incógnitas $\Rightarrow$ "Hiperplanos"

~~Ejemplo~~, Resolver, I.6

$2x=1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

SOL: $x=\frac{1}{2}$

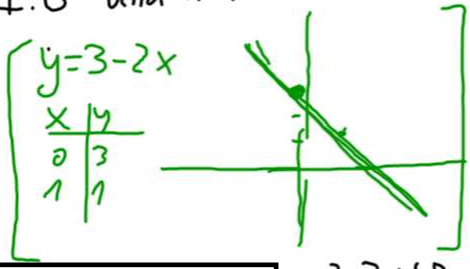
I.6: Un pto en la recta



$2x+y=3$ $\quad x=\alpha$, $y=3-2\alpha$

SOL $(x,y)=(\alpha, 3-2\alpha)$ $\forall \alpha \in \mathbb{R}$

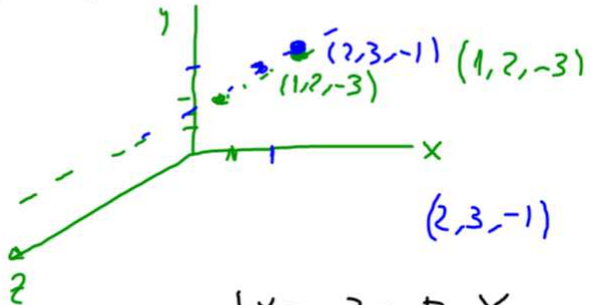
I.6 Una recta en el plano



$2x+3y+4z=2$ $\quad x=\frac{2-3\alpha-4\beta}{2}$, $y=\alpha$, $z=\beta$

SOL: $(x,y,z)=\left(\frac{2-3\alpha-4\beta}{2}, \alpha, \beta\right)$ $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

I.6 Un plano en el espacio



$x+2y+z+t=0$ $\quad x=-2\alpha-\beta-\gamma$, $y=\alpha$, $z=\beta$, $t=\gamma$

SOL: $(x,y,z,t)=(-2\alpha-\beta-\gamma, \alpha, \beta, \gamma)$ $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

I.6: Un hiperplano