T^a Rolle

f cont $[a,b]$, f deriv (a,b), $f(a)=f(b)$ $\Rightarrow \exists\, c\in(a,b) : f'(c)=0$

T^a V.M.

f cont $[a,b]$, f deriv (a,b) $\Rightarrow \exists c\in(a,b) : f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

REGLA L'HOPITAL $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}\right)$

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$

feb 5-13:10

$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2+2x-16}{x^2-x-2}=\frac{0}{0}$

MODO 1 Fact y simp

$x=\frac{-2\pm 14}{6}$ → 2, $-8/3$; $x=\frac{1\pm 3}{2}$ → 2, -1

$\lim_{x\to 2}\frac{3(x-2)(x+8/3)}{(x-2)(x+1)}=\frac{3(2+8/3)}{3}=\frac{14}{3}$

MODO 2

$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 2}\frac{6x+2}{2x-1}=\frac{14}{3}$

feb 5-13:13

$\lim_{x\to 0}\frac{(3-x)e^x-2x-3}{x^2}=\frac{3\cdot 1-0-3}{0}=\frac{0}{0}$

$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-1\cdot e^x+(3-x)e^x-2}{2x}=$

$=\lim_{x\to 0}\frac{2e^x-xe^x-2}{2x}=\frac{2-0-2}{2}=\frac{0}{0}$

$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2e^x-(1\cdot e^x+xe^x)}{2}$

$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-xe^x}{2}=\frac{1-0}{2}=\frac{1}{2}$

feb 5-13:16

PAG 293

① 2) $y=\operatorname{sen} x$ hip T. Rolle en $[0,\pi]$

- f cont en $[0,\pi]$: Si f cont en $\mathbb{R}$ (SI)
- f deriv en $(0,\pi)$: $y'=\cos x$ → f deriv en $\mathbb{R}$ (SI)
- $f(0)=f(\pi)$: $f(0)=\operatorname{sen} 0=0$, $f(\pi)=\operatorname{sen}\pi=0$ → $f(0)=f(\pi)$ (SI)

Cumple las hip T^a Rolle

b) ¿En qué pto se verifica la tesis T^a Rolle?

$\exists\, c\in(0,\pi) : f'(c)=0$

$f(x)'=\cos x=0$ → $c=\pi/2$

$\Rightarrow$

feb 5-13:18

EJERCICIOS IMPORTANTES TEOREMAS

Demuestra que la ecuación $x^3-3x+1=0$ tiene una única solución en el intervalo $[-1,1]$

[1] TIENE UNA SOLUCION

(Tª Bolzano) $f(x)=x^3-3x+1$

- f cont $[-1,1]$ ⇒ Garantizamos f cont en $\mathbb{R}$
- $f(-1)=-1+3+1=3>0$, $f(1)=1-3+1=-1<0$ } sí $f(-1)\cdot f(1)<0$

Bolzano ⟹ $\exists\, c\in(-1,1)$ / $f(c)=0$

$\exists\, c\in(-1,1)$ que es sol de la ec x^3-3x+1

feb 5-13:44

[2] QUE LA SOL. ES ÚNICA

(Tª Rolle por reducción al absurdo)

Suponer que hay 2 en $[-1,1]$: $a<b$, $f(a)=0$, $f(b)=0$

$[a,b]\subset[-1,1]$

f cont $[a,b]$, f der (a,b), $f(a)=f(b)$ ⟹ Tª Rolle ⟹ $\exists\, c\in(a,b)$ / $f'(c)=0$

$f'(x)=3x^2-3=0$ ⟹ $x=\pm 1$

⇒ En el int $(-1,1]$ no hay más sol.

⇒ Por tanto es única.

feb 5-13:49

$\exists!$ sol $x^3+3x+1=0$

PAG 307 (56) (57)

(55) a) c)

(57) a) c)

feb 5-13:58