

## TEMA 3 – DETERMINANTES

### CÁLCULO DE DETERMINANTES

EJERCICIO 1 : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)

Sea la siguiente matriz 2x2:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ . Calcula  $A^T$  y  $A^{-1}$ .

EJERCICIO 2 : Junio 03-04. Optativa (3 pts: 1 el primero y 2 el segundo)

Calcula el determinante de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

### EXISTENCIA DE INVERSA

EJERCICIO 3 : Junio 09-10. Obligatoria (1 pto)

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , calcula la matriz  $A^{-1}$ . Calcula la matriz  $(A - I)A^{-1}$ , donde I representa la matriz identidad de orden 2.

EJERCICIO 4 : Septiembre 08-09. Optativa (0,5 + 1 + 1,5 pts)

Consideramos la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$ , siendo  $a \neq 0$ .

- Calcular el determinante de la matriz A.
- Calcular la matriz inversa de A
- Tomando  $a = 1$ , resuelve la ecuación matricial  $AX = A^2 + 3I$ , donde I representa a la matriz unidad (identidad) de orden 2.

EJERCICIO 5 : Junio 08-09. Obligatoria (1 pto)

a) Prueba que, para cualquier valor que tenga el número real a, la siguiente matriz tiene inversa:  $A =$

$$\begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

b) Calcula la inversa de A tomando  $a = 0$

EJERCICIO 6 : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)

Encuentra el valor de a que hace que la siguiente matriz no tenga inversa:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ a & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 7 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)

Encuentra el valor de a que hace que la siguiente matriz no tenga inversa:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & a \end{pmatrix}$$

**EJERCICIO 8** : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)

Supongamos que A es una matriz 2x3 y B es una matriz 3x2. ¿Tiene sentido escribir

$$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1} ?$$

**EJERCICIO 9** : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)

¿Es posible que una matriz de tamaño 3x2 coincida con su traspuesta? ¿Y con su inversa?

**EJERCICIO 10** : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)

Sea la matriz 2x2:  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Calcula el valor de a sabiendo que no existe la matriz inversa de A.

### RANGO DE UNA MATRIZ

**EJERCICIO 11** : Junio 09-10. Optativa (1 + 2 ptos)

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 0 & 3 \end{matrix}$$

Consideramos la matriz A =

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 0 & 3 \end{matrix}$$

a) Calcula el rango de A según los valores del parámetro real k

$$x = 3$$

b) Clasifica y resuelve (según los valores de k) el sistema: A y = 3

$$z = 9$$

**EJERCICIO 12** : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)

Calcula los valores de a para los que la siguiente matriz no posee inversa:

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & -1 & -1 \\ 0 & a+2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**EJERCICIO 13** : Septiembre 98-99. Obligatoria (1 pto)

¿Posee inversa la siguiente matriz?  $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

### SISTEMAS CON PARÁMETROS

**EJERCICIO 14** : Julio 11-12. Obligatoria (1 pto)

Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro a. Resuelve para el valor a = 0.

$$x + a^2y + z = 0$$

$$ax + a^2y + z = 1$$

**EJERCICIO 15** : Junio 11-12. Obligatoria (1 pto)

Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .

$$\begin{matrix} x + y = 1 \\ \lambda x + 3y = 3 \end{matrix}$$

Calcula las soluciones para  $\lambda = 3$ .

**EJERCICIO 16** : Julio 10-11. Optativa (3 ptos)

$$x - 3y + z = 0$$

Sea el sistema  $x + (k - 3)y + z = k$  , dependiendo del parámetro  $k$ ,

$$2x - 6y + (k - 1)z = 3$$

- Clasifica dicho sistema según los posibles valores del parámetro real  $k$ .
- Resuelve en los casos en que resulte compatible.

**EJERCICIO 17** : Septiembre 09-10. Obligatoria (1 pto)

Encuentra un número real  $a$  que haga que el siguiente sistema con dos ecuaciones sea incompatible:

$$x + ay = 1$$

$$ax + y = 1$$

**EJERCICIO 18** : Septiembre 08-09. Optativa (3 ptos)

Se considera el sistema: 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 3y = 1 - a \\ ay = a + 1 \end{cases}$$

- ¿Para qué valores del parámetro  $a$  el sistema resultante es incompatible?
- Resuelve el sistema para los valores de  $a$  que lo hagan compatible.

**EJERCICIO 19** : Septiembre 07-08. Obligatoria (1 pto)

Pon un ejemplo, dando valores concretos al parámetro  $a$ , de un sistema de ecuaciones de la forma:

$$x + y = 4$$

$$x + ay = a$$

que tenga solución única y otro ejemplo donde el sistema no tenga solución.

**EJERCICIO 20** : Junio 07-08. Optativa (3 ptos)

Discute, en función del parámetro  $a$ , la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales. Resuélvelo cuando sea posible:

$$\begin{cases} x + 4y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + az = -a \end{cases}$$

**EJERCICIO 21** : Junio 98-99. Optativa (2 ptos)

Discute y resuelve (si es compatible) el sistema siguiente:

$$4x - 4z = 0$$

$$x - y + az = 0$$

$$-x - ay - z = 0$$

**EJERCICIO 22** : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)

Discute el siguiente sistema en función de los valores del parámetro  $k$ . Resuélvelo cuando sea compatible.

$$x + y + z = 0$$

$$kx + 2z = 0$$

$$2x - y + kz = 0$$

**EJERCICIO 23** : Septiembre 96-97. Optativa (4 ptos)

Estudiar el siguiente sistema para los distintos valores del parámetro  $k$ . Resolverlo en los casos de compatibilidad si los hay.

$$\begin{aligned}3x + ky &= 1 \\2x - y + kz &= 1 \\kx - 3y + 2z &= 1\end{aligned}$$

**EJERCICIO 24** : Junio 96-97. Optativa (3 ptos)

Discutir y resolver el siguiente sistema según los distintos valores del parámetro  $a$ :

$$\begin{aligned}ax + y - z &= 1 \\x + 2y + z &= 2 \\x + 3y - z &= 0\end{aligned}$$

**EJERCICIO 25** : Septiembre 95-96. Optativa (4 ptos)

Estudiar el siguiente sistema para los distintos valores del parámetro  $a$ . Resolverlo en los casos de compatibilidad si los hay.

$$\begin{aligned}x - y + z &= 2 \\x + ay + z &= 8 \\ax + y + az &= 10\end{aligned}$$

**EJERCICIO 26** : Junio 95-96. Optativa (3 ptos)

Discutir el siguiente sistema según los valores del parámetro  $k$ . Encontrar las soluciones si para algún valor de  $k$  el sistema es compatible.

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 3 \\x + 2y + 3z &= 2 \\x - y + kz &= 1 \\3x + 2y + 2z &= 2\end{aligned}$$

**EJERCICIO 27** : Septiembre 94-95. Optativa (3 ptos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}x + ay + z &= a + 2 \\x + y + az &= -2(a + 1) \\ax + y + z &= a\end{aligned}$$

Determinar los valores de  $a$  para los cuales no se puede aplicar la regla de Cramer y resolverlo en estos casos.

**EJERCICIO 28** : Junio 94-95. Optativa (3 ptos)

Discutir y resolver el siguiente sistema, según los distintos valores del parámetro  $m$ :

$$\begin{aligned}x + my + z &= 3m \\x - y + z &= 2 \\mx + y &= 4m\end{aligned}$$