TEMA 5 - LÍMITES Y CONTINUIDAD

- **Límites**

EJERCICIO 1 : Julio 11-12. Obligatoria (1 pto)

Calcula: $\lim_{x\to 3} \frac{6}{x-3} - \frac{3x+9}{x^2-3x}$

EJERCICIO 2 : Septiembre 07-08. Obligatoria (1 pto)

Calcula el siguiente límite: $\lim_{x\to 2}\left(\frac{5}{x-2} - \frac{2x+6}{x^2-2x}\right)$

EJERCICIO 3 : Junio 94-95. Optativa (2 ptos)

Hallar el siguiente límite: $\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2+x+1}{x^2+1}\right]^{\frac{x^2+3}{x}}$

- **Continuidad**

EJERCICIO 4 : Junio 06-07. Obligatoria (1 pto)

Calcula los valores de a, b $\in$ R para que la función: $f(x) = \begin{cases} x+a & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x} & \text{si } 0 < x < 1 \\ bx & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

sea continua en todo punto.

EJERCICIO 5 : Septiembre 05-06. Obligatoria (1 Pto)

Halla el valor de k para que la siguiente función sea continua en todo punto: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{si } x \ne 2 \\ k & \text{si } x = 2 \end{cases}$

EJERCICIO 6 : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Calcula el valor de k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{2}x & \text{si } x < 2 \\ 2x+k & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

EJERCICIO 7 : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)
Calcula la constante k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 3 \\ x+k & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$

EJERCICIO 8 : Septiembre 01-02. Obligatoria (1 pto)
Calcula el valor de k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x < 3 \\ \dfrac{x+3}{2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 9 : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Calcula la constante k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 5 \\ 4x + k & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

EJERCICIO 10 : Junio 99-00. Obligatoria (1 pto)
Hallar k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x < 5 \\ \dfrac{1}{3}x^2 - 2x + 8 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

EJERCICIO 11 : Junio 94-95. Optativa (2 ptos)

Sea la función f(x) definida como sigue: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-2}{1-x} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Estudiar la continuidad de f(x) en todo punto de R (reales)

- **Asíntotas**

EJERCICIO 12 : Junio 11-12. Obligatoria (1 pto)

Sea la función $f(x) = \dfrac{1}{16 - x^2}$. Calcula asíntotas horizontales y asíntotas verticales.

EJERCICIO 13 : Junio 09-10. Obligatoria (1 pto)

Consideramos la función $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 3x + b}$, con b un número real.

a) Calcula el valor de b para que f(x) tenga como asíntota vertical la recta x = 2

b) Para el valor de b obtenido en a), calcula el límite: $\lim\limits_{x \to +1} f(x)$

EJERCICIO 14 : Junio 07-08. Obligatoria (1 pto)

¿Cuántas asíntotas verticales tiene la función $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2 - 16}$?

- **Problemas**

EJERCICIO 15 : Septiembre 09-10. Obligatoria (0,2 + 0,8 ptos)

La distancia entre un móvil y su puesto de control viene dada por la función $D(t) = \dfrac{100t^2 + 100}{t^2 + 5}$, donde D(t) se mide en kilómetros y la variable t representa los segundos transcurridos desde la puesta en marcha.

a) ¿A cuántos kilómetros se encuentra el móvil en el instante de ponerlo en marcha?

b) ¿A qué valor tiende la distancia cuando el tiempo tiende a infinito?

EJERCICIO 16 : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)

El número de individuos, en millones, de una población viene dado por la función:

$$f(t) = \frac{18 + t^2}{(t+3)^2},$$

donde t es el tiempo medido en años desde t = 0. Calcula la población inicial y el tamaño de la población a largo plazo, cuando el tiempo tiende a ∞.

EJERCICIO 17 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)

La temperatura (en ºC) de un objeto viene dada por la función $f(t) = 10.\dfrac{2t^2 + 3t + 4}{t^2 + 2t + 5}$ donde t es el tiempo en horas. Calcula la temperatura inicial, la temperatura cinco horas más tarde y la temperatura que puede alcanzar el objeto si se deja transcurrir mucho tiempo.