# TEMA 7 – APLICACIONES DE LA DERIVADA

## RECTA TANGENTE

<u>EJERCICIO 1</u> : Julio 11-12. Obligatoria (1 pto)

Calcula los puntos en los que la tangente a la función $f(x) = \frac{1}{x-2}$ es paralela a la recta x + 4y = 0

<u>EJERCICIO 2</u> : Junio 09-10. Obligatoria (1 pto)

Calcula los puntos de la gráfica $f(x) = \frac{3-x^2}{x^3}$ en que la tangente a la función es paralela a la recta de ecuación y = 2.

<u>EJERCICIO 3</u> : Junio 08-09. Obligatoria (1 pto)
Calcula un punto en el que la tangente a la función $f(x) = x^2 + 10x$ sea paralela a la recta y = 4x

## ESTUDIO DE FUNCIONES

<u>EJERCICIO 4</u> : Julio 11-12. Optativa (1,25 + 1 + 0,75 ptos)

Consideramos la función $f(x) = \frac{x^2+5x}{x-4}$.
Calcula su dominio y su derivada.
Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento
Encuentra sus extremos (máximos y mínimos) relativos.

<u>EJERCICIO 5</u> : Junio 11-12. Optativa (3 ptos)

Consideramos la función $f(x) = \frac{1}{9-x^2}$ definida solamente en (-3,3).
Estudia el crecimiento y decrecimiento en el intervalo considerado.
Encuentra máximos y mínimos en dicho intervalo.
Calcula la tangente a la función en el punto con x = 0.

<u>EJERCICIO 6</u> : Julio 10-11. Obligatoria (1 pto)

Deriva la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Prueba que f(x) tiene un máximo relativo en x = 1.

<u>EJERCICIO 7</u> : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)
¿Qué se puede decir de la gráfica de una función f(x) si se sabe que $f'(1) = 0$, $f''(1) < 0$, $f'(3) = 0$ y $f''(3) > 0$?

## PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

EJERCCIO 8 : Junio 10-11. Obligatoria (1 pto)
El precio en euros de un producto, durante los cinco años que estuvo en el mercado, vino dado por la función $P(t) = 8t – t^2 + 25$, con $0 \le t \le 5$. Se pide:
i) Precio máximo alcanzado y momento en el que se alcanzó.
ii) Precio mínimo alcanzado y momento en el que se alcanzó.

EJERCICIO 9 : Septiembre 09-10. Obligatoria (1 pto)
Calcula el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x) = 8 – 2x – x^2$, en el intervalo $[-2,2]$

EJERCCIO 10 : Junio 09-10. Optativa (0,5 + 1 + 1 + 0,5 ptos)
El balance mensual (diferencia en miles de euros entre ingresos y gastos) de una conservera viene estimado por la función: $B(x) = -2x^2 + 10x – 8$, donde la variable x representa las toneladas de producto fabricadas.
a) Calcula el dinero que pierde si un mes no fabrica producto.
b) Dibuja la función $B(x)$, para $x \ge 0$
c) Calcula las toneladas mensuales que debe producir para maximizar el beneficio.
d) Calcula el margen de producción para no tener pérdidas (toneladas mínimas y máximas para que el balance sea positivo).

EJERCICIO 11 : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)
De todos los rectángulos de perímetro 10 metros, halla las dimensiones del que tiene la diagonal mínima.

EJERCICIO 12 : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)
Determina cómo tienen que ser tres números reales positivos para que su suma valga 100, la suma del primero más 2 veces el segundo más tres veces el tercero valga 200 y su producto sea lo mayor posible.

EJERCICIO 13 : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)
La suma de tres números positivos es 60. El primero, el doble del segundo y el triple del tercero suman 120. Halla los números que cumplen estas condiciones de manera que su producto sea máximo.

EJERCICIO 14 : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)
Una empresa petrolera dispone de un stock de 50000 barriles que podría vender a 30 euros/barril. Sin embargo, el mercado del petróleo se encuentra en fase alcista, estimándose que el precio del barril aumentará 0,5 euros cada semana que transcurra. Los costes de almacenamiento ascienden a 1000 euros/semana, y además cada semana se pierden pedidos de 1000 barriles debido a los clientes que acuden a otros proveedores. Calcula cuándo interesa vender el stock para obtener el máximo beneficio posible, y a cuánto asciende dicho beneficio.

EJERCICIO 15 : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)
El encargado del alquiler de hamacas de una playa ha comprobado que, cobrando la hora a 5 euros vende diariamente 200 horas. Por cada 10 céntimos que aumenta el precio, vende dos horas menos al día. El ayuntamiento de la ciudad le cobra un canon de 4 euros por hora de hamaca.
a) ¿A qué precio será máximo el beneficio diario del encargado?
b) Para dicho precio, ¿cuántas horas venderá? ¿a cuánto ascenderá el beneficio obtenido?

EJERCICIO 16 : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)
La producción de x unidades de un artículo en una empresa tiene un coste que se puede expresar mediante la función $C(x) = 1500x + 1000000$, y cada unidad producida se venderá a un precio dado por $P(x) = 4000 - x$

a) Calcula la función que expresa el beneficio obtenido por la venta de x unidades.
b) ¿Cuántas unidades hay que producir para no tener pérdidas?
c) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

EJERCICIO 17 : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)
Halla dos números a y b tales que $a.b = 100$ y $a^2 + b^2$ sea mínimo.

EJERCICIO 18 : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)
¿Qué punto de la recta $3x - y - 2 = 0$ está más cerca del origen de coordenadas?

EJERCICIO 19 : Septiembre 96-97. Optativa (3 ptos)
El precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Demostrar que si se rompe en dos trozos, existe una depreciación de su valor y que esta depreciación es máxima si los dos trozos son iguales.

EJERCICIO 20 : Junio 96-97. Optativa (4 ptos)
Sean A y B dos puntos situados en un mismo semiplano de los dos que tienen por borde la recta r. La distancia del punto A a la recta r es a y la distancia de B a la recta r es b. Encontrar sobre r, un punto C de tal manera que el recorrido AC + CB sea mínimo.

EJERCICIO 21 : Junio 96-97. Optativa (4 ptos)
De una cartulina rectangular de dimensiones a y b se recortan cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y con la superficie resultante se construye una caja. ¿Cómo deben hacerse los recortes para que la caja tenga volumen máximo?

EJERCICIO 22 : Septiembre 95-96. Optativa (3 ptos)
Queremos construir un depósito con una capacidad de 1.000 litros, que tenga forma de prisma de base cuadrada. El coste de los materiales utilizados en la construcción es el siguiente:

20 pesetas por $dm^2$ para las caras laterales
25 pesetas por $dm^2$ para la base
40 pesetas por $dm^2$ para la tapa

Determinar las dimensiones del depósito para que el coste económico de su construcción sea mínimo.

EJERCICIO 23 : Junio 95-96. Optativa (4 ptos)
De todos los triángulos que al menos tienen dos lados iguales, inscritos en una circunferencia de radio R. ¿Cuál es el de mayor área?. Justificar la respuesta.

EJERCICIO 24 : Septiembre 94-95. Optativa (1,5 ptos)
Hallar la ecuación de la recta que pasando por el punto (4,5) determina en el primer cuadrante con los ejes coordenados un triángulo de área mínima.

## CÁLCULO DE PARÁMETROS

EJERCICIO 25 : Septiembre 08-09. Optativa (3 ptos)
Hallar los valores de a, b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ pase por el origen de coordenadas, su derivada se anule en $x = -1$ y la tangente en el punto $x = 1$ sea paralela al eje de abscisas (eje OX).

EJERCICIO 26 : Septiembre 07-08. Obligatoria (1 pto)
Encuentra el valor de $b \in R$ para que la función $f(x) = x^2 + \frac{b}{x}$ tenga un mínimo cuando $x = 1$.

EJERCICIO 27 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)
Determina el polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$ que pasa por el punto (1,2) y tiene un mínimo en el punto (-1,-6)