

## TEMA 8 - REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

**EJERCICIO 1** : Julio 10-11. Optativa (1 + 1,5 + 0,5 pts)

Se considera la función  $f(x) = \frac{8}{x} + 2x$

- Estudia su dominio, asíntotas verticales y sus límites en  $-\infty$  y  $+\infty$ .
- Calcula crecimiento, decrecimiento, máximos relativos y mínimos relativos.
- Con lo anterior, dibuja aproximadamente la función.

**EJERCICIO 2** : Junio 08-09. Optativa (0,7 + 1,6 + 0,7 pts)

La velocidad de un artefacto viene dada por la siguiente función:  $v(t) = \begin{cases} 10 - (t-3)^2 & 0 \leq t \leq 4 \\ \frac{9}{t-3} & t > 4 \end{cases}$ ,

donde la velocidad  $v(t)$  viene dada en metros por segundo y el tiempo  $t$  en horas.

- Estudiar la continuidad de la función.
- Calculad los intervalos en los que la función crece y decrece. Usa lo anterior para calcular la máxima velocidad alcanzada por el artefacto y el momento en que se alcanza.
- Si dejamos que el tiempo crezca ilimitadamente, ¿a qué velocidad tiende a moverse el artefacto? Interpreta el resultado que has obtenido.

**EJERCICIO 3** : Septiembre 07-08. Optativa (3 pts)

Dada la función  $f(x) = \frac{5}{x^2 - 4x + 5}$ , se pide:

- (1 pto) Estudia su dominio, sus asíntotas y sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- (1,5 pts) Calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus posibles máximos y mínimos.
- (0,5 pts) Con la información obtenida, y sin calcular los puntos de inflexión ni analizar la concavidad-convexidad, obtén de forma razonada su representación gráfica.

**EJERCICIO 4** : Junio 07-08. Optativa (3 pts)

La función  $f(t) = \frac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}$  representa la concentración de oxígeno en un estanque contaminado por residuos orgánicos en un tiempo  $t$  (medido en semanas).

- Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(t)$  para  $t \geq 0$  así como los instantes donde la concentración de oxígeno es máxima y mínima.
- De forma razonada, y conforme a los datos anteriores, representa gráficamente la función para  $t \geq 0$ , estudiando con todo detalle sus asíntotas.

**EJERCICIO 5** : Septiembre 06-07. Optativa (3 pts)

Dada la función  $f(x) = x^3 + 3x^2$

- Calcula sus puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Represéntala gráficamente.

**EJERCICIO 6** : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)

Dada la función  $f(x) = \frac{4x^2 + x + 3}{3 + 4x^2}$

- Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ , así como sus posibles máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Representa la gráfica de la función  $y = f(x)$ , indicando con todo detalle cuál es su dominio y cuáles son sus asíntotas.

**EJERCICIO 7** : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)

Dada la función  $f(x) = \frac{10x}{x^2 + 4}$

- Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Halla sus intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Represéntala gráficamente

**EJERCICIO 8** : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)

Dada la función  $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$

- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los máximos, mínimos.
- Calcula su dominio, asíntotas y puntos de inflexión
- Represéntala gráficamente.

**EJERCICIO 9** : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)

Dada la función  $g(x) = x^2 - x^4$

- Obtén la ecuación de la recta tangente en el punto (1,0)
- Calcula sus extremos (máximos y mínimos), puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Represéntala gráficamente.

**EJERCICIO 10** : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)

Sea la función  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$

- Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión
- Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa  $x = 2$
- Represéntala gráficamente.

**EJERCICIO 11** : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)

¿Cuál es el dominio de la función  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - 4}$  ?

**EJERCICIO 12** : Septiembre 03-04. Optativa (3 ptos)

Sea la función  $f(x) = \frac{-1}{4x^2}$

- Determina sus asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Determina las ecuaciones de las rectas tangentes en  $x = 1$  y  $x = -1$
- Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 13 : Junio 03-04. Optativa (3 ptos)

Sea la función  $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2}$

- Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva en  $x = -3$
- Calcula sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Representala gráficamente

EJERCICIO 14 : Junio 03-04. Optativa (1 pto)

¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función  $g(x)$  si se sabe que  $g(0) = 0$  y  $g'(0) = 0$ ?

EJERCICIO 15 : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = x^4 - 2x^3$

- Halla la ecuación de la recta tangente en  $x = 1$
- Calcula los cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Representala gráficamente.

EJERCICIO 16 : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = x^3 - 4x$

- Obtener sus cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Obtener las ecuaciones de las rectas tangente en los puntos de corte con los ejes.
- Representarla gráficamente.

EJERCICIO 17 : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = 6x^2 - x^3$

- Determina sus puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Determina las ecuaciones de las rectas tangentes en los puntos de corte con los ejes.
- Representala gráficamente

EJERCICIO 18 : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)

Sea la función:  $f(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x^2}$

- Calcula sus asíntotas horizontales y verticales
- Calcula sus cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión
- Representala gráficamente

EJERCICIO 19 : Septiembre 00-01. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = 4x^3 - 8x^2$

- Calcula sus cortes con los ejes, puntos extremos y puntos de inflexión.
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Representala gráficamente

EJERCICIO 20 : Junio 00-01. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 16}$

- Calcula sus asíntotas
- Determina sus extremos, puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Representala gráficamente.

**EJERCICIO 21** : Septiembre 99-00. Obligatoria (1 pto)

En los máximos relativos de una función  $f(x)$  la segunda derivada, si existe, es negativa, ¿verdadero o falso? (no es necesaria la demostración formal: basta con un razonamiento intuitivo de porqué tiene que ser así)

**EJERCICIO 22** : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)

La producción de cierta hortaliza en un invernadero ( $Q(x)$  en kilogramos) depende de la temperatura ( $x$  en °C) según la función:  $Q(x) = (x + 1)^2 \cdot (32 - x)$

- Calcula la temperatura óptima a mantener en el invernadero (2 ptos)
- ¿Qué producción de hortaliza se obtendrá a dicha temperatura? (1 pto)

**EJERCICIO 23** : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$

- Calcula sus asíntotas horizontales y verticales
- Calcula sus máximos, mínimos y puntos de inflexión
- Represéntala gráficamente (Basándote en los resultados de los apartados anteriores y cualquier otro que puedas necesitar)

**EJERCICIO 24** : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 1}$

- Calcula sus asíntotas
- Calcula sus extremos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Represéntala gráficamente.

**EJERCICIO 25** : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)

¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función  $f(x)$  si se sabe que  $f(1)=f(3)=0$ ,  $f'(2) = 0$  y  $f''(2) > 0$ ?

**EJERCICIO 26** : Junio 98-99. Optativa (3 ptos)

Sea la función:  $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$

- Calcula sus asíntotas
- Calcula sus extremos y puntos de inflexión
- Represéntala gráficamente: (basándote en los resultados de los apartados anteriores y cualquier otro que puedas necesitar).

**EJERCICIO 27** : Septiembre 97-98. Optativa ( 3ptos)

Sea la función  $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4}$

- calcula sus asíntotas horizontales y verticales
- Calcula sus máximos y mínimos
- Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 28 : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)

Sea la función  $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

- Hallar la ecuación de la recta tangente en el punto  $(2, -4/3)$
- Hallar sus asíntotas, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Representarla gráficamente.

EJERCICIO 29 : Junio 97-98. Obligatoria (1 pto)

¿Cuál es la expresión matemática de una función  $f(x)$  de la que se sabe que al derivarla dos veces se obtiene una constante distinta de cero?

EJERCICIO 30 : Junio 95-96. Optativa (4 ptos)

Estudiar y representar gráficamente la función:  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

EJERCICIO 31 : Septiembre 94-95. Optativa (3 ptos)

Estudia y representa gráficamente la curva de ecuación:  $y = x + \frac{1}{x}$

EJERCICIO 32 : Modelo. Optativa (3 ptos)

Sea la función  $f(x) = (2x^2 + 4) / (x^2 - 4)$

- Calcula sus asíntotas horizontales y verticales.
- Calcula sus máximos y mínimos
- Representarla gráficamente

EJERCICIO 33 : Modelo. Obligatoria (1 pto)

¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función  $f(x)$  si se sabe que  $f(0) = f'(0) = 0$ ?