

TEMA 12 – INFERENCIA ESTADÍSTICA. ESTIMACIÓN DE LA MEDIA

LAS MUESTRAS ESTADÍSTICAS

EJERCICIO 1 : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)

La estatura de los habitantes de una ciudad es una variable aleatoria con distribución normal de media 160 cm y varianza 100. Sabemos que las estaturas medias en muestras de tamaño 4 siguen también una distribución normal: ¿Con qué media y qué varianza?

EJERCICIO 2 : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)

La longitud de las piezas que se producen en una fábrica es una variable aleatoria con distribución normal de media 15 cm y desviación típica 5 cm. Sabemos que las medias de muestras de tamaño 25 siguen también una distribución normal, ¿con qué media y qué desviación típica?

INFERENCIAS ESTADÍSTICAS

EJERCICIO 3 : Julio 11-12. Optativa (3 ptos)

Se quiere estimar el consumo (en litros) de refrescos por persona y año. Se conoce que dicho consumo sigue una normal con desviación típica 5 litros.

- i) Una muestra de 64 personas arroja un consumo medio de 30 litros. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional, con una probabilidad del 90%.
- ii) Si se sabe que la media de consumo de refresco por persona y mes es de 31 litros, halla la probabilidad de que el consumo medio de una muestra de 25 personas sea mayor que 30 litros.

EJERCICIO 4 : Junio 11-12. Optativa (3 ptos)

La valoración de las instituciones por parte de los ciudadanos se mide en unas unidades ficticias que denominaremos “u”. Se sabe que, en el caso de los españoles, dicha valoración sigue una normal con desviación típica 25 unidades.

- i) Se elige una muestra de 100 españoles, dando una media de 180 u. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional de la valoración de las instituciones, con una probabilidad del 90%.
- ii) Si conocemos que la media poblacional es 182 u, calcula la probabilidad de que una muestra de tamaño 100 tenga media inferior a 180 u.

EJERCICIO 5 : Julio 10-11. Optativa (3 ptos)

El tiempo de espera en la cola de un supermercado sigue una distribución normal con medio 180 segundos y desviación típica de 50 segundos.

- i) Tomamos una muestra de 64 clientes. Calcula la probabilidad de que la espera media de la muestra supere los 190 segundos.
- ii) Calcula el intervalo característico (intervalo de probabilidad), correspondiente a una probabilidad del 95%, para la espera media de muestras de tamaño 64.
- iii) Calcula el tamaño (mínimo) que deben tener las muestras para que el intervalo característico, correspondiente a una probabilidad del 90%, de la espera media de muestras de dicho tamaño, tenga longitud 22 segundos (“semiamplitud” 11).

EJERCICIO 6 : Junio 10-11. Optativa (3 ptos)

Conocemos que el tiempo que dedican los individuos de una población al descanso nocturno sigue una distribución normal con desviación típica 40 minutos.

- i) Si la media poblacional es de 450 minutos y se elige una muestra de 36 individuos de esa población, determina la probabilidad de que el tiempo medio de descanso nocturno entre los individuos de la muestra esté entre 440 y 460 minutos.

ii) A diferencia del apartado anterior, desconocemos la media poblacional. Si una muestra de tamaño 36 arroja un descanso medio de 445 minutos, calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con 95% de probabilidad.

EJERCICIO 7 : Septiembre 09-10. Optativa (1 + 1,5 + 0,5 pts)

La edad de los trabajadores de una región sigue una distribución normal de media 40 años y desviación típica 7 años.

i) Tomamos una muestra de 36 trabajadores. Calcula la probabilidad de que la edad media de la muestra esté entre 38 y 42 años.

ii) Calcula el intervalo característico correspondiente a una probabilidad del 90% para las medias de muestras de tamaño 36.

iii) Calcula el tamaño que deben tener las muestras para que el intervalo calculado en el apartado anterior tenga la mitad de longitud (mantenimiento el 90% de probabilidad).

EJERCICIO 8 : Junio 09-10. Optativa (3 pts)

Se supone que el consumo mensual de agua por habitante en una determinada ciudad sigue una distribución normal con una desviación típica de 300 litros.

a) Una muestra aleatoria de 100 habitantes nos aporta un consumo mensual medio de 1000 litros. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional con 95% de probabilidad.

b) A diferencia del apartado anterior, suponemos conocido que la media de consumo por habitante es de 990 litros. Calcula la probabilidad de que una muestra de 100 habitantes arroje un consumo medio entre 950 y 1040 litros.

EJERCICIO 9 : Septiembre 08-09. Optativa (1,5 + 0,5 + 1 pts)

Sabemos que el salario mensual de los trabajadores varones de un país sigue una distribución normal con medio 1300 euros y desviación típica 200 euros.

a) Calcula la probabilidad de que el salario mensual medio en una muestra de 100 trabajadores esté entre 1270 y 1325 euros.

b) Se considera “óptimo” un salario que supere los 1400 euros. Calcula el porcentaje de trabajadores varones con “salario óptimo”.

c) Si los hombres suponen el 60% de los trabajadores, y sólo un 25% de las mujeres trabajadoras tiene “salario óptimo”, calcula el porcentaje total de “salarios óptimos” que hay en el país.

EJERCICIO 10 : Junio 08-09. Optativa (3 pts)

De una población se sabe que el tiempo dedicado a ver televisión sigue una distribución normal con desviación típica 42 minutos.

a) Se conoce que la media poblacional es de 175 minutos y se elige una muestra de 36 individuos de esa población. Determinar la probabilidad de que el consumo medio de televisión entre los individuos de la muestra esté entre 165 y 180 minutos.

b) A diferencia del apartado anterior, desconocemos la media poblacional. Si la muestra de tamaño 36 arroja un consumo medio de 170 minutos, calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con 95% de probabilidad.

EJERCICIO 11 : Septiembre 07-08. Optativa (3 pts)

El precio medio del metro cuadrado de las viviendas de una población sigue una distribución normal de media $\mu = 3000$ euros y desviación típica $\sigma = 600$ euros. Se extrae una muestra aleatoria de tamaño $n = 100$.

a) (0,5 pts) ¿De qué tipo es la distribución de las medias de las muestras que pueden extraerse?

b) (1 pt) ¿Cuál es la probabilidad de que el precio medio de las 100 viviendas de una muestra esté entre 2950 y 3050 euros?

c) (1,5 pts) Calcula el intervalo característico de las medias muestrales correspondiente a una probabilidad del 95%.

EJERCICIO 12 : Junio 07-08. Optativa (3 ptos)

El sueldo de los trabajadores de una multinacional sigue una distribución normal de media $\mu = 2500$ euros y desviación típica $\sigma = 600$ euros. Si se toma una muestra de 64 trabajadores.

- (0,5 ptos) ¿De qué tipo es la distribución de las medias de las muestras que pueden extraerse?
- (1 pto) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor que 2.350?
- (1,5 ptos) Calcula el intervalo característico de las medias muestrales correspondiente a una probabilidad del 90%.

EJERCICIO 13 : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)

La temperatura media de una localidad sigue una ley normal de media 20,2 grados centígrados y desviación típica 6. se toman muestras de 100 días y se pregunta.

- (0,5 ptos) ¿Qué tipo de distribución siguen las medias extraídas?
- (1,5 ptos) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura media de la muestra esté entre 19,7 y 20,7 grados?
- (1 pto) Encuentra el intervalo de confianza donde se encuentra el 95% de las temperaturas medias de las muestras de 100 días.

EJERCICIO 14 : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)

Un estudio estadístico realizado a 49 personas nos dice que el tiempo de conexión anual a Internet de los habitantes de una ciudad sigue una distribución Normal de media 250 minutos y desviación típica 30 minutos. Halla el intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 95%, para el tiempo medio de conexión a Internet.

EJERCICIO 15 : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)

Supongamos que un grupo de 144 alumnos de Secundaria seleccionados al azar en nuestra Comunidad realizan una prueba de conocimientos sobre geografía riojana, obteniendo una nota media de 6,7 puntos. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen conforme a una ley normal de desviación típica 3.

- (2 ptos) Calcula, con una confianza del 95%, el intervalo donde se encuentran las notas medias de los alumnos de la comunidad.
- (1 Pto) Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicha media con un error menor que $\pm 0,5$ minutos y un nivel de confianza del 99%.

EJERCICIO 16 : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)

El peso de los bebés al nacer sigue una ley normal de media $\mu=3.200$ gramos y desviación típica $\sigma=312$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un niño pese más de 3,4 kg. al nacer?
- Para una muestra de 169 niños, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio sea menor que 3.150 gramos?
- Encuentra el intervalo donde se encuentra el 95% de todos los pesos medios de las muestras de 169 recién nacidos.

EJERCICIO 17 : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)

En una encuesta sobre actividades en el tiempo libre realizada a una muestra de 50 estudiantes de Bachillerato, una de la preguntas era ¿Cuánto tiempo dedicas diariamente a ver la televisión?. Las 50 propuestas obtenidas proporcionan una media de 90 minutos. Se puede suponer que la variable “tiempo que los estudiantes de Bachillerato dedican diariamente a ver la televisión” obedece a una distribución normal con desviación típica igual a 20 minutos.

- Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para el tiempo medio que los estudiantes de Bachillerato dedican a ver diariamente la televisión (2 ptos).
- Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicho tiempo medio con un error de ± 2 minutos, para un nivel de confianza del 90% (1 pto).

EJERCICIO 18 : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)

El tiempo que cobran las cajeras de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley normal con media desconocida y desviación típica 0,5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5,2 minutos.

- Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes (2 ptos).
- Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicho tiempo medio con un error de $\pm 0,5$ minutos y un nivel de confianza del 95% (1 pto).

EJERCICIO 19 : Septiembre 03-04. Optativa (3 ptos)

En una investigación sobre contaminación del medio marino en una zona costera, se ha medido la concentración de una sustancia contaminante en una muestra de 36 moluscos de cierta especie, obteniéndose una media de 17 ppm (ppm significa partes por millón). Se sabe que la variable “concentración de la sustancia” sigue una ley normal con desviación típica igual a 6 ppm.

- Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la concentración media del contaminante en los moluscos de esta especie (2 ptos).
- Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la concentración media del contaminante con un error de ± 3 ppm y un nivel de confianza del 95 % (1 pto).

EJERCICIO 20 : Junio 03-04. Optativa (3 ptos: 2 puntos y 1 punto)

La estatura de los miembros de una población se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 9 cm. Con el fin de estimar la media se toma una muestra de 9 individuos de la población, obteniéndose para ellos una media aritmética igual a 170 cm.

- Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la estatura media de la población.
- Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la media de la población con una precisión de ± 5 cm y un nivel de confianza del 99%.

EJERCICIO 21 : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)

Una empresa de conservas vegetales envasa espárragos en latas de 400 gramos. El encargado del control ha tomado una muestra de 16 latas, obteniendo una media de 380 gramos. Se sabe que el contenido de las latas varía aleatoriamente siguiendo una ley normal con desviación típica igual a 20 gramos.

Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el peso medio de las latas que produce la empresa.

EJERCICIO 22 : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)

Una empresa de telefonía móvil está realizando un estudio sobre la antigüedad de sus clientes. Una muestra aleatoria de 100 clientes ha proporcionado una media de 20 meses de antigüedad. Se puede suponer que la variable “antigüedad como cliente” sigue una ley normal con desviación típica igual a 2 meses.

Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la antigüedad media de los clientes.

EJERCICIO 23 : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)

Cuando una máquina funciona correctamente produce piezas cuya longitud sigue una ley normal de media 12 cm y desviación típica 1 cm. El encargado del control de calidad ha tomado una muestra de 25 piezas obteniendo una media de 11,5 cm.

Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la longitud media de las piezas que está produciendo la máquina.

EJERCICIO 24 : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)

En los paquetes de arroz de cierta marca pone que el peso que contienen es de 500 g. Una asociación de consumidores toma una muestra de 100 paquetes para los que obtiene una media de 485 g y una desviación típica de 10 g.

Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el peso medio de los paquetes de la marca en cuestión.

EJERCICIO 25 : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)

Según la normativa sobre contaminación atmosférica los motores de los automóviles no deben emitir más de 5 ppm (partes por millón) de CO₂. Dentro de sus procesos de control de calidad de un fabricante ha medido la emisión de CO₂ en una muestra de 36 motores, obteniendo una media de 5,5 ppm y una desviación típica de 0,6 ppm.

Calcula el intervalo de confianza al nivel de 95% para la emisión media de CO₂ de los motores de este fabricante.

EJERCICIO 26 : Junio 98-99. Obligatoria (1 pto)

Supongamos que a partir de una muestra aleatoria de tamaño $n = 25$ se ha calculado el intervalo de confianza para la media de una población normal, obteniéndose una amplitud igual a ± 4 . Si el tamaño de la muestra hubiera sido $n = 100$, permaneciendo invariables todos los demás valores que intervienen en el cálculo, ¿Cuál habría sido la amplitud del intervalo?

EJERCICIO 27 : Modelo. Optativa (3 ptos)

La estatura de los miembros de una población se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 9 cm. Con el fin de estimar la media desconocida se toma una muestra de 9 individuos de la población, obteniéndose para ellos una media aritmética igual a 170 cm.

- Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la estatura media de la población.
- Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la media de la población con una precisión de ± 5 cm y un nivel de confianza del 99 %.