



**A) Responde de manera razonada a las siguientes cuestiones:**

**A.1) (1 punto)** Sea la matriz  $2 \times 2$ :

$$A = \begin{bmatrix} a & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Calcula el valor de  $a$  sabiendo que  $AA^T$  es una matriz diagonal.

**A.2) (1 punto)** Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que sea compatible indeterminado.

**A.3) (1 punto)** Un cliente compra en una tienda 6 productos distintos: 3 de alimentación y 3 de limpieza. ¿De cuántas maneras pueden aparecer los 6 productos en el ticket de compra? ¿Y si el cliente pasa primero por caja los 3 productos de alimentación y después los 3 de limpieza?

**A.4) (1 punto)** Calcula la constante  $k$  para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 1 && \text{si } x < 5 \\ &= 4x + k && \text{si } x \geq 5 \end{aligned}$$

**B) Resuelve uno de los dos problemas siguientes:**

**B.1)** Sea la función:

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x^2}$$

- a) (1 punto)** Calcula sus asíntotas horizontales y verticales.
- b) (1 punto)** Calcula sus cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- c) (1 punto)** Representala gráficamente.

**B.2)** Cuando una máquina funciona correctamente produce piezas cuya longitud sigue una ley normal de media 12 cm y desviación típica 1 cm. El encargado del control de calidad ha tomado una muestra de 25 piezas obteniendo una media de 11'5 cm.

**a) (1'5 puntos)** Contrasta la hipótesis de que la máquina está funcionando correctamente, con un nivel de significación igual a 0'05.

**b) (1'5 puntos)** Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la longitud media de las piezas que está produciendo la máquina.

**C) Resuelve uno de los dos problemas siguientes:**

**C.1)** Una empresa recibe lotes de material de 3 proveedores en proporciones del 50%, 30% y 20%. Se sabe que el 0'1% de los lotes del primer proveedor, el 0'5% de los del segundo, y el 1% de los del tercero es rechazado en el control de calidad que realiza la empresa a la recepción del material.

**a) (1'5 puntos)** ¿Qué porcentaje de lotes es rechazado a la recepción?

**b) (1'5 puntos)** Sabiendo que un lote ha sido rechazado, ¿cuál es su proveedor más probable?

**C.2)** La producción de  $x$  unidades de un artículo en una empresa tiene un coste que se puede expresar mediante la función  $C(x) = 1500x + 1000000$ , y cada unidad producida se venderá a un precio dado por  $P(x) = 4000 - x$

**a) (1 punto)** Calcula la función que expresa el beneficio obtenido por la venta de  $x$  unidades.

**b) (1 punto)** ¿Cuántas unidades hay que producir para no tener pérdidas?

**c) (1 punto)** ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

**TABLA ABREVIADA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA**

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817



**A) Responde de manera razonada a las siguientes cuestiones:**

**(Cada una vale 1 punto)**

**A.1)** Calcula el valor de  $k$  para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x < 3 \\ \frac{x+3}{2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

**A.2)** Sea la siguiente matriz 2x2:  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ . Calcula  $A^T A$  y  $AA^T$ .

**A.3)** Calcula la derivada de la función:  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

(ln representa la función logaritmo neperiano)

**A.4)** ¿De cuántas maneras se pueden combinar tres pantalones, cuatro camisetas y dos cazadoras? ¿Y si hay un pantalón y una cazadora que no pueden ir juntos?

**B) Resuelve uno de los dos problemas siguientes:**

**B.1)** Discute y resuelve (si son compatibles) los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

**(3 puntos: 1'5 cada uno)**

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 5 \\ x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + z = -2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x - 2y = 3 \\ x + 2y = 4 \\ 3x + y = 0 \end{array} \right\}$$

**B.2)** Una empresa de telefonía móvil está realizando un estudio sobre la antigüedad de sus clientes. Una muestra aleatoria de 100 clientes ha proporcionado una media de 20 meses de antigüedad. Se puede suponer que la variable “antigüedad como cliente” sigue una ley normal con desviación típica igual a 2 meses.

**a)** Contrasta la hipótesis de que la antigüedad media de los clientes es de 18 meses (utiliza 0'05 como nivel de significación). **(1'5 puntos)**

**b)** Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la antigüedad media de los clientes. **(1'5 puntos)**

**C) Resuelve uno de los dos problemas siguientes:**

**C.1)** Sea la función:

$$f(x) = 6x^2 - x^3$$

**a)** Determina sus puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos, y puntos de inflexión.

**(1 punto)**

**b)** Determina las ecuaciones de las rectas tangentes en los puntos de corte con los ejes.

**(1 punto)**

**c)** Representala gráficamente. **(1 punto)**

**C.2)** En una ciudad existen tres redes de cajeros automáticos: A, B y C. El 60% de los cajeros pertenecen a la red A, el 30% a la B, y el 10% a la C. El día 1 de Enero de 2002 dispensaban euros el 80% de los cajeros de la red A, el 75% de los de la B, y el 90% de los de la C.

**a)** Si un ciudadano eligió un cajero al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le dispensara euros?

**(1'5 puntos)**

**b)** Si un ciudadano consiguió euros en un cajero, ¿cuál es la probabilidad de que dicho cajero perteneciera a la red A? **(1'5 puntos)**

**TABLA ABREVIADA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA**

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817